Table des matières

Chapitre 1 La cinématique

Chapitre 2 La dynamique

Exercices

Chapitre 1. La cinématique

1.1 Introduction

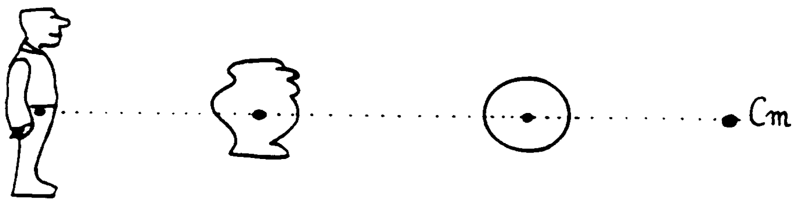
La **cinématique** (du grec « κίνημα » - kinéma : mouvement) étudie le mouvement d'un corps dans l'espace et dans le temps. Ce mouvement est caractérisé, à chaque instant : par la position du corps, par sa vitesse, par son accélération.

La cinématique ne s'intéresse pas aux causes qui ont engendré ou modifié le mouvement (les forces). Elle se limite à étudier le lien entre les grandeurs « temps, position, vitesse, accélération » pour chaque type de mouvement (mouvement à vitesse constante – uniforme -, mouvement accéléré, etc.).

C'est la **dynamique** (chapitre 2) qui étudie la relation entre les forces et leurs effets sur les corps solides (déformation, mouvement, etc...).

1.2 Point matériel

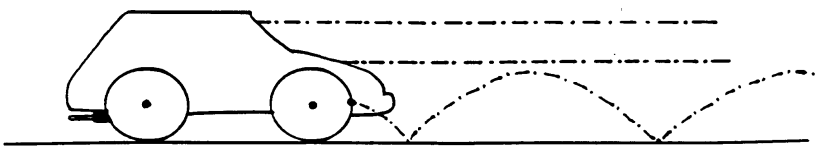
En un premier temps, pour simplifier l'étude du mouvement d'un corps, nous allons le modéliser comme un point matériel (abrégé PM). Le corps sera donc représenté par un seul point en déplacement, qui coïncide avec le centre de masse du corps.



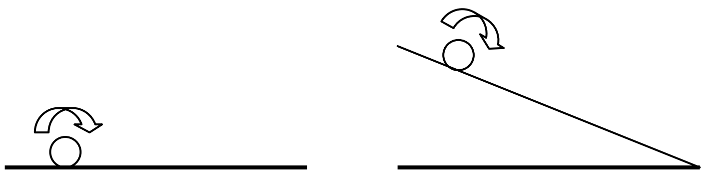
Un point matériel est caractérisé par quatre nombres : trois coordonnées (x,y,z) permettant de le repérer dans l'espace, et une masse m. En pratique, un point matériel représente soit un objet de petite taille (particule, petite bille, etc.), soit un objet de grande taille pour lequel on néglige les effets dus à cette taille, comme la rotation sur lui-même.

Dans tous les cas, on appelle ce corps le **mobile** et on s'intéresse uniquement au mouvement de translation du **centre de masse** du mobile.

Cette simplification ne peut pas être appliquée quand le corps est en rotation. Ainsi, pendant qu'une voiture roule de façon rectiligne, un point d'un pneu décrit une trajectoire en forme de cycloïde, à cause de la rotation de la roue. Donc, on ne pourra pas considérer une roue comme un point matériel.



De même, si on considère une bille qui roule, on ne peut pas considérer le mouvement uniquement comme la translation du barycentre de la bille, car elle possède aussi une énergie de rotation.



Bille roulant sur un sol horizontal ou sur un plan incliné

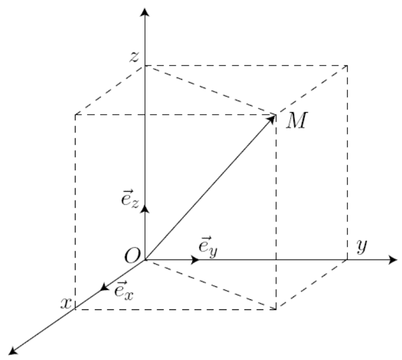
1.3 Référentiel

En mécanique, pour décrire le mouvement d'un corps dans le temps et dans l'espace, il faut préalablement définir le système de référence utilisé (le référentiel).
Un référentiel est un système de coordonnées qui comprend :

1. Un point de référence fixe O, appelé origine ;
2. Un système d'axes orientés (x, y, z) ;
3. Des moyens de repérer la position d'un point dans l'espace par rapport à l'origine et aux axes.

Nous utiliserons le système de coordonnées cartésiennes.

Dans ce système de coordonnées **la position d'un objet** dans un espace à 3 dimensions est définie (à un instant t donné) à l'aide de 3 coordonnées **(x, y, z)** qui peuvent changer avec le temps.



Système de coordonnées cartésiennes

Nécessité d'un référentiel

Pour comprendre pourquoi un référentiel est indispensable, il suffit de considérer un exemple : deux personnes assises des deux côtés d'une route, l'une en face de l'autre, qui regardent une voiture qui passe. Une personne dira que la voiture se déplace vers la droite, l'autre dira qu'elle se déplace vers la gauche. Laquelle a raison ? Les deux ! Il y aurait une contradiction entre les deux observateurs si ils étaient placés au même endroit et ils donnaient deux descriptions différentes du mouvement de la voiture.

On voit donc, que pour décrire un mouvement de manière non ambiguë, il faut préalablement définir quel est le référentiel utilisé.

1.4 Trajectoire

Si un objet se déplace et laisse une trace sur son passage**,** la ligne formée par cette trace représente la trajectoire de l'objet : par exemple, des skis qui glissent sur la neige, une balle mouillée qui roule sur le sol.

Définition : la trajectoire est l'ensemble des positions occupées successivement par un mobile au cours du temps.

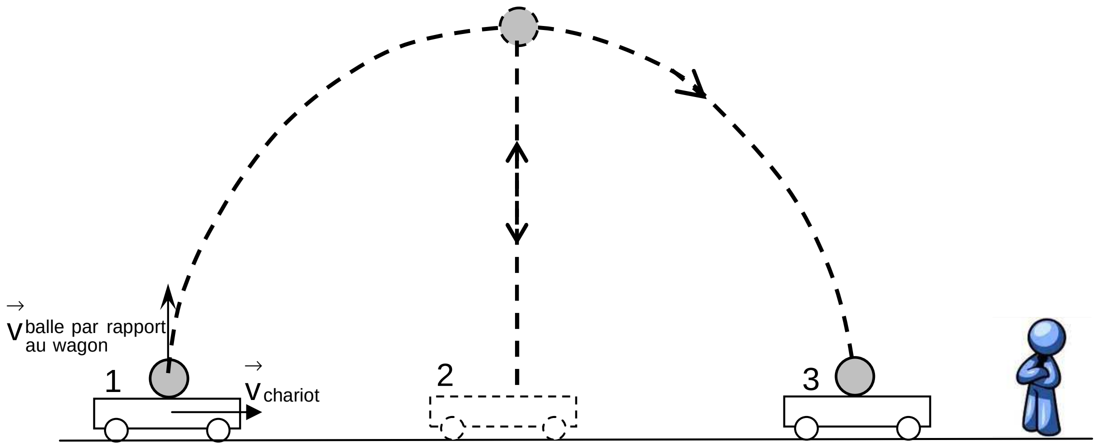
La trajectoire du mobile est donc donnée par l'ensemble des positions (x(t), y(t), z(t)) du mobile, au cours de la variation du temps t.

Si le chemin suivi par le mobile est une ligne droite, la trajectoire est rectiligne.
Si une balle est lancée obliquement en l'air, elle décrit une trajectoire courbe ou curviligne.

La trajectoire d'un mobile dépend du référentiel.

Le choix du référentiel est important, c'est le repère (le laboratoire) par rapport auquel on décrit le mouvement. C'est le point de vue de l'observateur.

Par exemple, une balle éjectée verticalement du toit d'un wagon en mouvement horizontal décrit une montée et une descente verticale par rapport au wagon et retombe à son point de départ dans le wagon. La trajectoire par rapport au wagon est rectiligne. Par contre, elle décrit une trajectoire parabolique dans l'air par rapport à un observateur terrestre immobile.

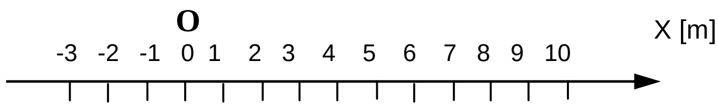


Trajectoires d'une balle éjectée verticalement par rapport à un wagon en mouvement de translation et par rapport à un observateur externe immobile

1.5 Equation horaire et diagramme horaire d'un mouvement rectiligne

Le mouvement d'un mobile est rectiligne si sa trajectoire est sur une droite, on parle de trajectoire rectiligne. Le référentiel pour étudier ce mouvement sera donc un axe normé, caractérisé par :

- une direction ;
- un sens (le sens de la flèche) ;
- une origine (le point O) qui correspond à l'abscisse x = 0 ;
- une unité de mesure, par exemple le mètre (m).



Exemple de référentiel pour étudier un mouvement rectiligne

Exemple de mouvements rectilignes : un train qui roule sur des rails rectilignes, un objet qui tombe, une balle qui roule sur le sol.

Un observateur debout sur le quai décrira la trajectoire du train dans un référentiel à 1 dimension dont l'origine du repère (le point O) est donnée par la position de l'observateur.

Le temps t (temps écoulé à partir de l'instant initial t = 0 s) peut être mesuré à l'aide d'un chronomètre.
La position x du train est donnée par sa coordonnée sur l'axe x.
La trajectoire est donnée par la fonction x(t) qui associe à chaque instant t une position x du train.

Si le mouvement du mobile suit une loi précise (par exemple dans le cas d'un mobile qui se déplace à vitesse constante), on pourra alors établir une formule pour calculer la position x du mobile à chaque valeur de t.

Définition

L'**équation horaire** est la formule mathématique qui permet de calculer la position du mobile à chaque instant t.

Dans le cas d'un mouvement rectiligne, il suffit d'une seule équation horaire, qui lie l'abscisse x au temps t, et qui est indiquée par **x(t) = ……** (voir les exemples dans l'exercice ci-dessous).

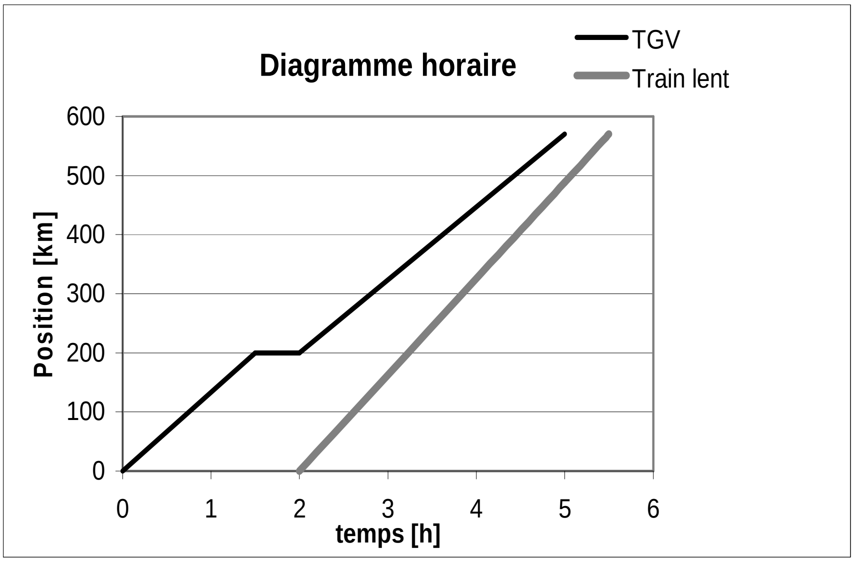
(Si le mouvement est en 3 dimensions, trois équations horaires sont nécessaires pour calculer la position du mobile à chaque instant : x(t) = ….   y(t) = ….   z(t) = ….   , ce cas ne sera pas traité ici !).

Définition

Le **diagramme horaire** d'un mouvement est le graphe qui représente la **position du mobile en fonction du temps.**

Dans le cas d'un mouvement rectiligne d'équation horaire x(t) le diagramme horaire est le graphe constitué par les points de coordonnées (t, x(t)).

Les diagrammes horaires sont très utilisés par exemple pour les croisements des trains et l'évaluation des correspondances. Dans la figure ci-dessous sont représentés les diagrammes horaires de 2 trains sur le parcours Genève-Paris (570 km).



Hypothèses utilisées :

Le train « lent » roule à 120 km/h et s'arrête après 1h40 à une gare intermédiaire pour repartir à la même vitesse après 20 min d'arrêt.

Le TGV part 2 h après le premier train, mais roule plus vite (à vitesse constante de 162 km/h).

Le deux trains ne se croisent pas (la distance minimale entre eux est d'environ 70 km après 5h.

Le TGV arrive à Paris environ 25 min après le premier train.

1.6 Vitesse

La vitesse est une notion très familière. Nous la percevons avec nos sens: nous voyons le paysage défiler, nous sentons l'air sur notre visage, nous entendons le bruit d'une voiture....

Toutefois ces sensations ne permettent pas d'estimer avec précision la vitesse et sont souvent trompeuses : une voiture bruyante semble plus rapide qu'une voiture silencieuse; un avion à haute altitude semble voler lentement.

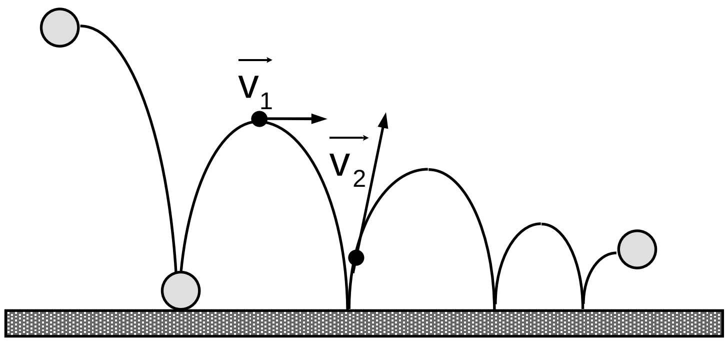
On peut aussi se déplacer à très grande vitesse sans que nos sens nous en donne la sensation: la Terre tourne autour du soleil à une vitesse de plus de 100'000 kilomètres par heure.

1.6.1 La vitesse est une grandeur vectorielle

La vitesse ne peut pas être représentée en général par un nombre uniquement. La vitesse est une grandeur vectorielle car le déplacement est une grandeur vectorielle. On représente alors graphiquement la vitesse par un **vecteur** (flèche).

Une grandeur vectorielle est caractérisée par :

- une direction ;
- un sens ;
- un module (ou valeur, ou norme), toujours positif ou nul.



Exemple de trajectoire dans un plan : représentation de la vitesse d'une balle en deux points de sa trajectoire.

<u>Quelques valeurs de vitesse :</u>

vitesse d'une fourmi	v ≈ 1 cm/s
vitesse d'un homme qui marche	v ≈ 5 km/h
vitesse d'un homme qui court	v ≈ 10 à 15 km/h
vitesse moyenne pendant la course des 100 m (en 10 s)	v = 36 km/h
vitesse d'un cycliste en promenade	v ≈ 20 km/h
vitesse d'un avion de ligne	v ≈ 900 km/h
vitesse du son dans l'air	v ≈ 340 m/s ≈ 1200 km/h
vitesse de la Terre sur son orbite autour du Soleil	v ≈ 30'000 m/s
vitesse de la lumière dans le vide	v ≈ 300'000 km/s

1.6.2 Vitesse moyenne scalaire

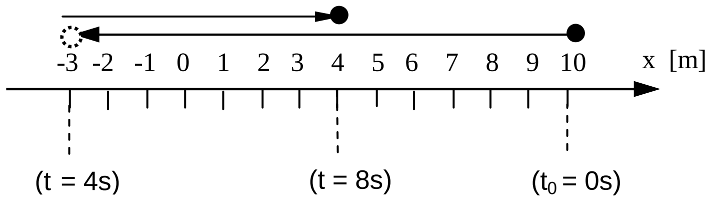
Exemples de grandeurs scalaires : distance, masse, temps, température, surface, volume, masse volumique, pression, énergie, puissance

Dans le cas où le mobile a un mouvement varié (avec des aller-retour, des ralentissements, des accélérations …), il peut être nécessaire de calculer la vitesse moyenne scalaire. Elle est **définie à l'aide de la distance totale parcourue d et du temps t** nécessaire à parcourir cette distance. On ne tient pas compte du sens de déplacement du mobile.

$$\boxed{V_{moy\_scal} = \frac{d}{t}}$$

<u>*Exemple de calcul de vitesse moyenne scalaire*</u>

Un chat passe de la position initiale x = 10 m à la position x = - 3 m à t = 4 s, puis à la position x = 4 m à t = 8 s.



Calculer sa vitesse moyenne scalaire du trajet :

$$d = 13\ \text{m} + 7\ \text{m} = 20\ \text{m} \qquad t = 8\ \text{s}$$

$$V_{moy\_scal} = \frac{20\ \text{m}}{8\ \text{s}} = 2{,}5\ \text{m/s}$$

1.6.3 Vitesse moyenne vectorielle

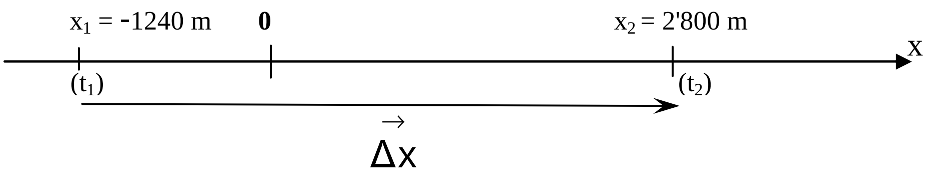
Exemples de grandeurs vectorielles : force, position, vitesse, accélération, déplacement.

Reprenons l'exemple d'un train. Imaginons que nous ne possédons que 2 informations concernant la position du voyageur au cours du temps.

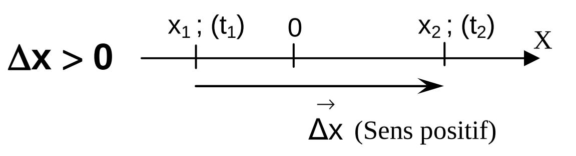
Au temps t_1 = 10 s le mobile (voyageur) occupe une position x_1 = - 1'240 m

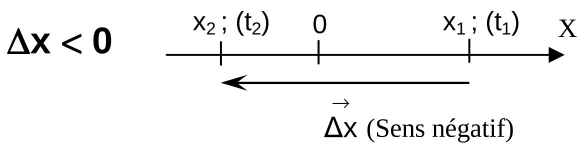
Au temps t_2 = 100 s le mobile (voyageur) occupe une position x_2 = + 2'800 m

Nous définissons **le déplacement Δx** comme la variation de la position : $\Delta x = x_2 - x_1 = x(t_2) - x(t_1)$



Dans cet exemple le déplacement $\Delta\vec{x}$ est selon une seule direction (celle de l'axe x), on omet donc la flèche du vecteur et on lui attribue un signe (positif ou négatif) : on dit que **le déplacement est orienté**. Ce déplacement a lieu sur un **intervalle de temps** $\Delta t = t_2 - t_1$ ($t_2 > t_1$ toujours) et dans le sens des x positifs, Δx est donc positif dans cet exemple.





La vitesse moyenne vectorielle d'un mobile tient compte de l'orientation des déplacements, elle sera donc négative si le mobile se déplace dans le sens des x négatifs. La vitesse moyenne vectorielle dans l'intervalle de temps Δt est définie par:

$$\boxed{\mathbf{v}_{\mathbf{moy\_vect}} = \frac{\text{déplacement}}{\text{temps}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \underbrace{\frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}}_{\text{notation plus précise !}}}$$

<u>Exemples de calculs</u>

La vitesse moyenne vectorielle de notre train entre t_1 et t_2 est positive car $\Delta x > 0$:

$$v_{moy\_vect} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{2'800 - (-1'240)}{100 - 10} = +44,9\,\frac{m}{s}$$

Vitesse moyenne vectorielle du chat du §1.6.2 sur son trajet est négative car $\Delta x < 0$:

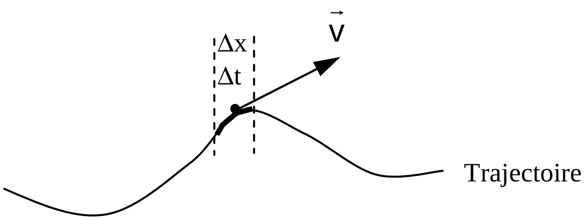
$$v_{moy\_vect} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t=8s) - x(t=0s)}{(8-0)s} = \frac{.........}{.........} = ...$$

Remarque :

- la vitesse moyenne est la vitesse constante à laquelle le mobile doit se déplacer pour effectuer le déplacement Δx dans l'intervalle de temps Δt.
- la vitesse moyenne ne nous donne aucune information précise sur la position et le mouvement du mobile entre t_1 et t_2 (par exemple la vitesse moyenne d'un train entre deux gares ne nous indique pas si le train s'est arrêté à une gare intermédiaire)

1.6.4 Vitesse instantanée

La vitesse instantanée est la vitesse réelle du mobile en un point ou à un instant bien précis de sa trajectoire, c'est une grandeur vectorielle représentée par une flèche tangente à la trajectoire.



Si on veut connaître exactement la vitesse à l'instant t_1, il faut choisir t_2 très proche de t_1, de manière qu'entre t_1 et t_2 la vitesse du mobile n'ait pas changé de valeur, de direction et de sens. Autrement dit, pour connaître **la vitesse instantanée** nous devons rendre l'intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$ aussi petit que possible de sorte que pratiquement aucun changement du mouvement ne se produise durant ce petit laps de temps.

$$\boxed{v_{inst} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ lorsque } \Delta t \text{ tend vers } 0}$$

Comment mesurer une vitesse instantanée ?

On ne peut pas mesurer une vitesse instantanée à partir d'une mesure de temps et une mesure de distance parcourue, car par définition, le mot « instantané » implique que l'intervalle de temps soit nul. A cela s'ajoute le fait que, même en réduisant de plus en plus l'intervalle de temps de la mesure, on ne peut pas aller en dessous de la valeur de l'incertitude de la mesure (par exemple déterminée par la précision de l'instrument).

Pour mesurer avec précision une vitesse instantanée, il faudra donc mesurer de manière indirecte, c'est-à-dire mesurer une grandeur qui dépend de la vitesse instantanée. Exemple d'instruments qui mesure une vitesse instantanée, les tachymètres et les radars.

Ces radars émettent une onde électromagnétique avec une certaine fréquence (et longueur d'onde). Quand l'onde rencontre la voiture en mouvement, elle rebondit et retourne vers le radar avec une fréquence différente de la fréquence d'émission (ce phénomène s'appelle Effet Doppler). La fréquence de l'onde de retour est plus petite de la fréquence d'émission si la voiture s'éloigne du radar. L'instrument mesure la différence de fréquence entre l'onde sortante et l'onde entrante, qui dépend de la vitesse de la voiture.

1.7 Le mouvement rectiligne uniforme

Le mouvement rectiligne uniforme (**MRU**) est un mouvement rectiligne à vitesse constante.

On verra au Chap.2 (dynamique) que lorsque la résultante des forces qui s'exercent sur un corps (qui est déjà en mouvement) est nulle, ce corps continuera à se déplacer à vitesse constante sur une trajectoire rectiligne, c'est-à-dire en suivant un MRU.

Exemples de M.R.U

- Train qui roule à vitesse constante sur des rails rectilignes.
- Sonde spatiale loin de tout astre.
- Lumière se déplaçant entre deux points dans le vide (ou dans un milieu homogène).
- Son se déplaçant entre deux points dans un milieu homogène (par ex. eau filtrée).

Lors d'un mouvement rectiligne uniforme, la vitesse moyenne entre deux instants arbitraires t_1 et t_2, est égale (en valeur, direction et sens) à la vitesse instantanée à chaque instant compris entre t_1 et t_2
Si on indique la valeur V de la vitesse (qui est constante), on aura :

$$\underbrace{v(t) = \text{constante} = v}_{\substack{\text{Vitesse instantanée qui} \\ \text{est constante pour un MRU}}} = \underbrace{v_{moy}(t_1 \rightarrow t_2)}_{\substack{\text{Vitesse moyenne entre} \\ \text{2 instants arbitraires}}} \; ; \quad \text{pour tout instant } t \text{ entre } t_1 \text{ et } t_2$$

Si on connaît la valeur v de la vitesse et la position $x(t_1)$ du mobile à l'instant t_1 on pourra calculer la position $x(t_2)$ du mobile à l'instant t_2 à partir de la définition de vitesse :

$$\frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = v \quad \Longrightarrow \quad x(t_2) - x(t_1) = v \cdot (t_2 - t_1) \quad \Longrightarrow \quad x(t_2) = v \cdot (t_2 - t_1) + x(t_1)$$

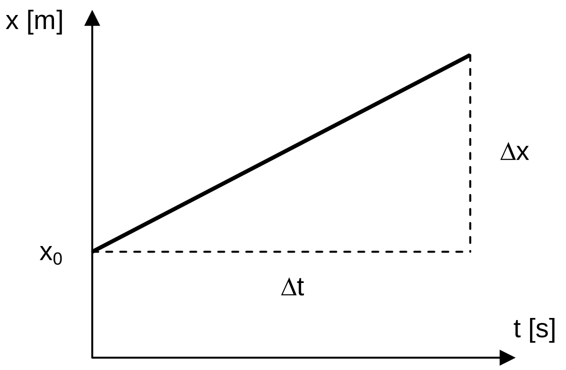
On note généralement t_0 l'instant initial (l'instant où l'on enclenche le chronomètre). La position du mobile à cet instant est appelée position initiale et on l'indique par x_0 (= $x(t_0)$).

En substituant dans l'équation précédente : t_1 par t_0, t_2 par t et en décidant que $t_0 = 0$ s (le chronomètre est sur 0 s lorsqu'on l'enclenche), on obtient l'équation horaire qui permet de calculer la position du mobile x(t) à chaque instant t.

Equation horaire pour un MRU à vitesse constante V

$\mathbf{x\,(t) = V \cdot t + x_0}$	x(t) : position du mobile à l'instant $t \geq t_0$
	$x_0 = x\,(t_0)$: position initiale du mobile
	$t_0 = 0$ s : instant initial
	V : vitesse constante du mobile

Dans le cas d'un MRU, à vitesse constante V, l'équation horaire $x\,(t) = V \cdot t + x_0$ sera représentée par une droite de pente V et ordonnée x_0 à l'origine (lorsque t = 0).

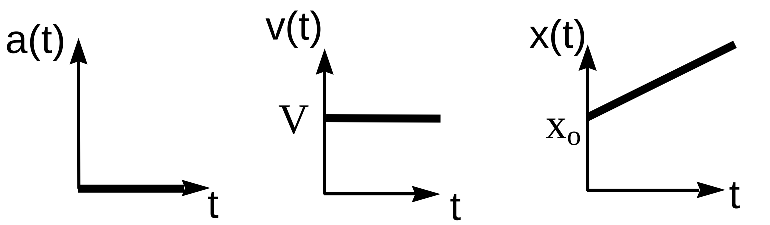


Pente de la droite : $\Delta x/\Delta t = V$
(la pente peut être négative si le mobile se déplace dans le sens opposé à l'axe x : par exemple un mobile qui revient vers l'origine)

Ordonnée à l'origine x_0 : position du mobile à t = 0

En résumé, pour un MRU la position **X** d'un mobile, sa vitesse **V** et son accélération **a** sont décrites à chaque instant **t** par les 3 relations mathématiques suivantes (dans ces équations : t est une variable ; $t_0 = 0$; V et x_0 sont des constantes) et par les 3 représentations graphiques qui en découlent :

$$\begin{cases} x(t) = V \cdot t + X_0 \\ v(t) = V \\ a(t) = 0 \end{cases}$$



Allure typique des 3 représentations graphiques qui découlent des équations horaires décrivant un MRU.

Signes des diverses grandeurs rencontrées

Instant t — un instant t est positif s'il concerne un événement qui se produit après l'enclenchement du chronomètre (si $t > t_0$)
un instant t est négatif s'il concerne un événement qui se produit avant l'enclenchement du chronomètre (si $t < t_0$)

Durée Δt — le temps écoulé entre deux événements successifs est une durée qui est positive :
$\Delta t = t_2 - t_1 > 0$

Position x — une position est comptée positivement si par rapport à l'origine, elle se trouve du côté de la flèche de l'axe x. Elle est négative dans le cas contraire.

1.8 Marche à suivre pour résoudre des problèmes

Après une lecture attentive de l'énoncé :

a) Dessiner le référentiel :

- l'origine du référentiel ;
- le sens positif (axe fléché) ;
- les positions initiales des mobiles (mais parfois aussi à un autre instant) ;
- les vecteurs forces, vitesses, accélérations.

b) Extraire les données de l'énoncé : constantes et variables à un instant précis (par exemple : x_0 et respectivement x(t) après 10 s).

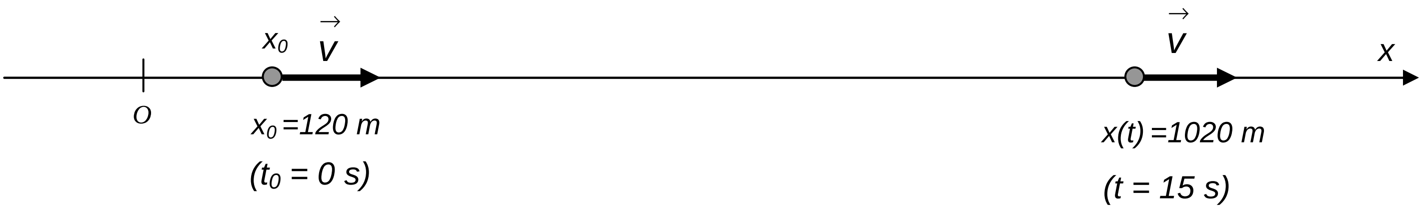
c) Ecrire les équations horaires du mouvement (x(t) = …, v(t) = …) en y insérant les valeurs des constantes mise en évidence au point b).

d) Utiliser, lorsque ceci est possible, les valeurs des variables à un instant précis pour trouver les grandeurs recherchées.

<u>Exemples de résolutions de problèmes (MRU)</u>

1) *Une voiture de formule 1 se déplace avec un MRU, le chronomètre est enclenché lorsqu'elle se trouve à 120 m de l'observateur, après 15 s elle se trouve à 1020 m de celui-ci.*

Calculer sa vitesse V.



$$x(t) = v \cdot t + x_0 \quad \Rightarrow \quad x(t) = v \cdot t + 120m \quad \Rightarrow \quad 1020\ [m] = v\left[{}^{m}\!/_{s}\right] \cdot 15\ [s] + 120\ [m]$$

Formulation générale MRU

Equation horaire décrivant le mouvement de cette voiture avec une constante inconnue v et 2 variables x(t) et t

Insertion valeurs variables (x(t) =1020 m et t = 15 s) pour calculer v

$$\Rightarrow \quad v = \frac{1020\ [m]\ - 120\ [m]}{15\ [s]} = 60\left[{}^{m}\!/_{s}\right]$$

L'équation horaire qui décrit le mouvement de cette voiture de formule 1 est alors :

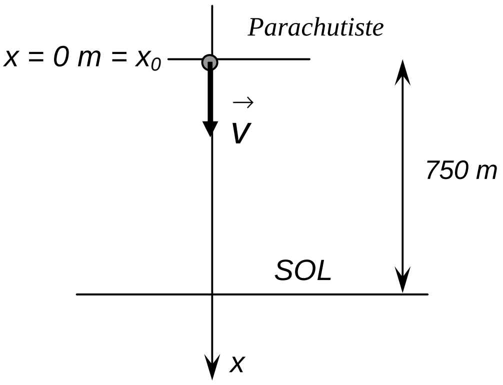
$$x(t)\ [m] = 60\left[\frac{m}{s}\right] \cdot t[s] + 120[m]$$

2) *Un parachutiste a saute d'un avion, son parachute est ouvert. A une altitude de 750 m par rapport au sol, il descend avec une vitesse de chute constante de 50 m/s.*

Après combien de temps le parachutiste va toucher le sol ?

Deux référentiels peuvent à priori être envisagés pour résoudre ce problème !

1ère méthode de résolution (résolu)



$x_0 = 0m$

$v = +50\,m/s$

$x(t_{chute}) = 750m$

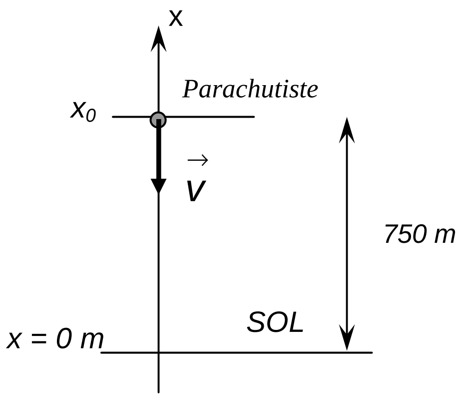
$x(t) = v \cdot t + x_0$ *Formulation générale MRU*

$x(t) = 50\,m/s \cdot t + 0m$ *Equation horaire décrivant le mouvement du parachutiste*

$750m = 50\,m/s \cdot t + 0m$ *Insertion valeur variable ($x(t_{chute})$ =750 m) pour calculer t*

$\Rightarrow t = \dfrac{750m}{50\,m/s} = 15s$

2ème méthode de résolution (à traiter)



$x_0 = ...\ m$

$v = ...\ m/s$ vitesse négative (sens négatif)

$x(t_{chute}) = ...\ m$

$x(t) = v \cdot t + x_0$ *Formulation générale MRU*

$x(t) = ...\ m/s \cdot t + ...\ m$ *Equation horaire décrivant le mouvement du parachutiste*

$0 = ...\ m/s \cdot t + ...\ m$ *Insertion valeur variable ($x(t_{chute})$ =….. m) pour calculer t*

$\Rightarrow t = \dfrac{...\ m}{...\ m/s} = ...\ s$

1.9 Accélération

L'accélération est une grandeur qui mesure la rapidité de variation de la vitesse.

Définition l'accélération représente la variation de la vitesse par unité de temps.

1.9.1 Accélération moyenne

L'accélération est une grandeur vectorielle, elle a donc une direction, un sens et un module (intensité). Dans ce cours **nous allons nous limiter aux mouvements rectilignes**. Dans ce cas, tous les vecteurs en jeu : position, vitesse et accélération ont la même direction mais pas forcément le même sens (elles sont orientées).

L'accélération moyenne entre deux instants t_1 et t_2 est définie de la manière suivante :

$$\mathbf{a_{moy}} = \frac{\mathbf{v(t_2) - v(t_1)}}{\mathbf{t_2 - t_1}}$$

a_{moy} :	accélération moyenne entre t_1 et t_2
t_1 :	instant initial
t_2 :	instant final
$t_2 - t_1$:	temps écoulé
$v(t_1)$:	vitesse instantanée initiale
$v(t_2)$:	vitesse instantanée finale

Dans le **S**ystème **I**nternational d'unités (S.I.) on mesure t en secondes (s), v en mètres par seconde (m/s) et a en m/s^2.

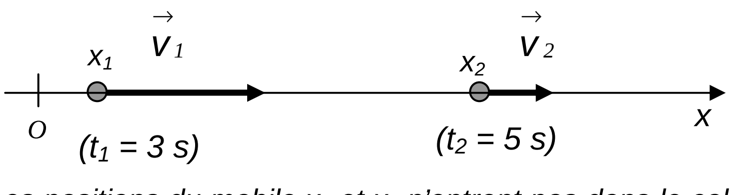
Une accélération de 1 m/s^2 veut donc dire que la vitesse d'un objet varie de 1 m/s chaque seconde.

<u>*Exemple de calculs*</u>

Dans chaque cas, il faut commencer par dessiner le référentiel (origine, sens positif), le mobile et les vecteurs utiles à la résolution du problème !

1) Le mobile se déplace dans le sens de l'axe du référentiel et sa vitesse diminue

$t_1 = 3s \quad v_1 = 10\ m/s \quad t_2 = 5\ s \quad v_2 = 6\ m/s$

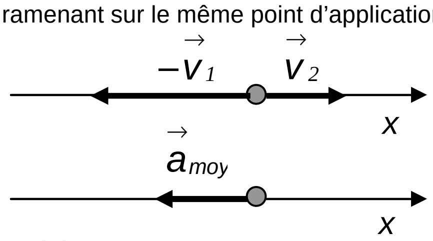


Les positions du mobile x_1 et x_2 n'entrent pas dans le calcul de l'accélération, ni forcément la position de l'origine. Par contre, il est indispensable de connaître le sens de l'axe x (dans ce cas vers la droite), pour attribuer un signe à la vitesse. Dans le cas illustré, les vitesses v_1 et v_2 sont positives.

L'accélération moyenne est donnée par :

$$a_{moy} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{(6-10)\,{}^{m}\!/_{s}}{(5-3)s} = -2\frac{m}{s^2}$$

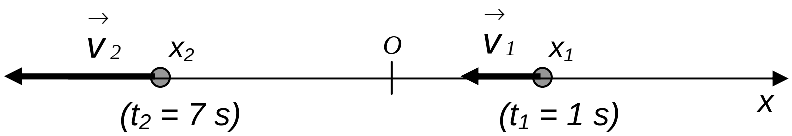
Addition des vecteurs $\vec{v}_1$ et $-\vec{v}_2$ en les ramenant sur le même point d'application.



$a_{moy} < 0$: le vecteur accélération est en effet dirigé dans le sens opposé à l'axe x.

2) Le mobile se déplace dans le sens opposé à l'axe du référentiel et sa vitesse augmente en valeur absolue

$t_1 = 1s \quad v_1 = -5\ m/s \quad t_2 = 7\ s \quad v_2 = -8\ m/s$

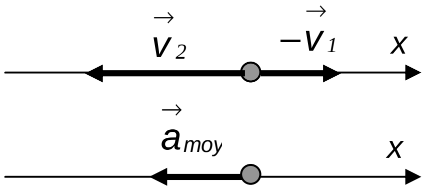


A nouveau ni les positions du mobile x_1 et x_2, ni celle de l'origine, ne rentrent dans le calcul de l'accélération. Par contre, il est indispensable de connaître le sens de l'axe x pour attribuer un signe à la vitesse. Dans le cas illustré, les vitesses v_1 et v_2 sont négatives.

L'accélération moyenne est donnée par :

$$a_{moy} = \frac{v(t_2)-v(t_1)}{t_2-t_1} = \frac{(-8-(-5))\,{}^{m}\!/\!{}_{s}}{(7-1)s} = \frac{-3\,{}^{m}\!/\!{}_{s}}{6s} = -0{,}5\frac{m}{s^2}$$

Addition des vecteurs $\vec{v}_1$ et $-\vec{v}_2$ en les ramenant sur le même point d'application.



Le mobile accélère (sa vitesse augmente en valeur absolue) mais dans le ***sens opposé à l'axe du repère****, alors $a_{moy} < 0$!*

a > 0 lorsque l'accélération est dans le même sens que l'axe X
a < 0 lorsque l'accélération est dans le sens contraire à l'axe X

1.9.2 Accélération instantanée

L'accélération instantanée est définie par la limite du rapport de la différence des vitesses $v(t_1)$ et $v(t_2)$ lorsque $\Delta t = t_2 - t_1$ tend vers zéro :

$$\boxed{a_{inst} = \frac{v(t_2)-v(t_1)}{\Delta t} \quad \text{lorsque } \Delta t \to 0}$$

<u>Quelques valeurs d'accélération :</u>

Usain Bolt sur les 20 premiers mètres d'un 100 m	4,8 m/s^2
voiture de série	2 à 5 m/s^2
voiture de série en freinage	7 à 10 m/s^2
voiture de formule 1 en accélération	10 à 15 m/s^2
voiture de formule 1 en virage	20 à 25 m/s^2
avion de chasse	jusqu'à 90 m/s^2
chute libre sur Terre	9,81 m/s^2
chute libre sur la Lune	1,67 m/s^2

1.9.3 Cas de mouvement en deux ou trois dimensions

Lorsqu'un mobile suit un mouvement rectiligne, les trois vecteurs (position, vitesse et accélération) sont colinéaires. Le vecteur $\vec{a}$ est par définition dans le même sens que le vecteur $\Delta\vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$. Le signe de l'accélération a sera alors positif si le vecteur $\vec{a}$ est dans le même sens que l'axe x, négatif s'il est dans le sens opposé à l'axe x.

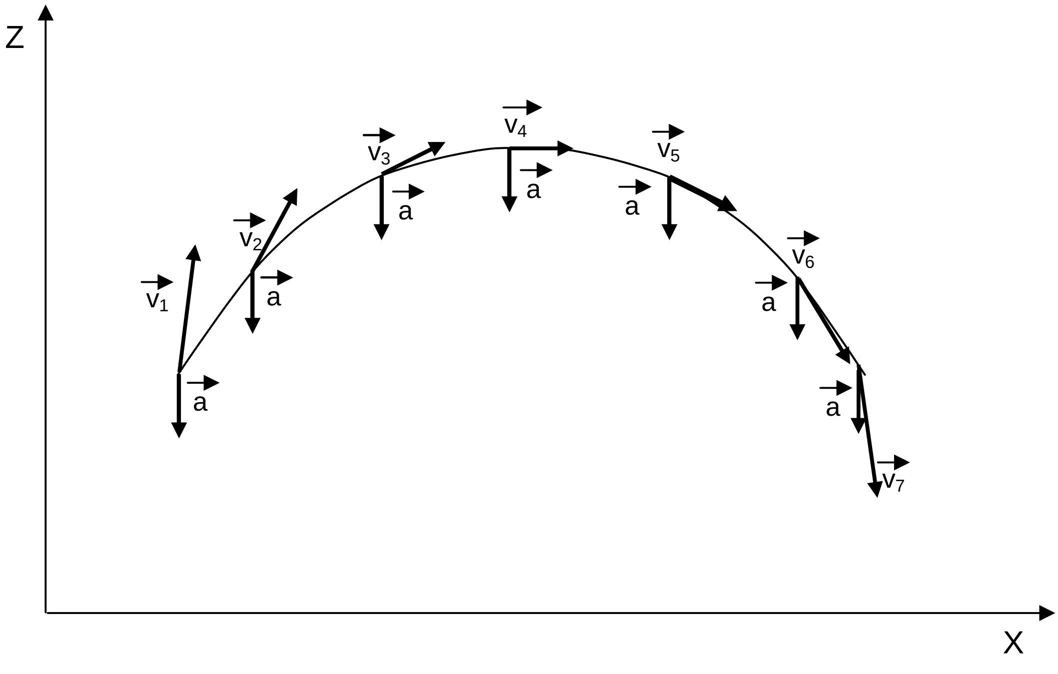
Dans le cas d'un mouvement en 2 ou 3 dimensions, le vecteur vitesse change de direction au cours du temps.

<u>Exemple : un corps lancé obliquement vers le haut.</u>

La figure montre la trajectoire d'un corps lancé vers le haut avec une vitesse initiale $\vec{V}_1$.

Pendant que le corps monte, sa vitesse (orientée vers le haut) diminue en intensité : l'accélération est donc orientée vers le bas. Le corps subit la force de gravitation : cette force est constante en direction et en intensité. L'accélération est aussi constante tout au long de la trajectoire et est dirigée vers le centre de la Terre.

Au sommet de la parabole, la vitesse est horizontale. La composante verticale de la vitesse est nulle. Pendant que le corps descend, sa vitesse (orientée vers le bas) augmente : l'accélération est donc encore orientée vers le bas.



1.10 Le mouvement rectiligne uniformément accéléré

Un mouvement rectiligne uniformément accéléré (**MRUA**) est un mouvement rectiligne avec accélération constante et donc une vitesse qui varie régulièrement au cours du temps.

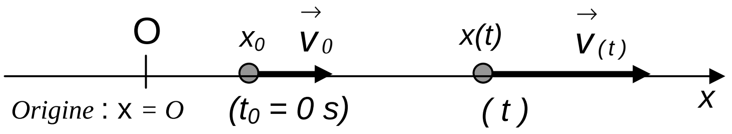
MRUA : trajectoire rectiligne avec une accélération constante.

Un mobile animé d'un MRUA possède au temps initial t_0 :

une position initiale $x_0 = x(t_0)$, une vitesse initiale $v_0 = v(t_0)$, une accélération a

Ce mobile aura à l'instant t :

une position x(t), une vitesse v(t) et la même accélération a.



$$\boxed{a_{moy}(t) = a(t) = a = \text{constante}}$$ qui est l'**équation horaire de l'accélération**

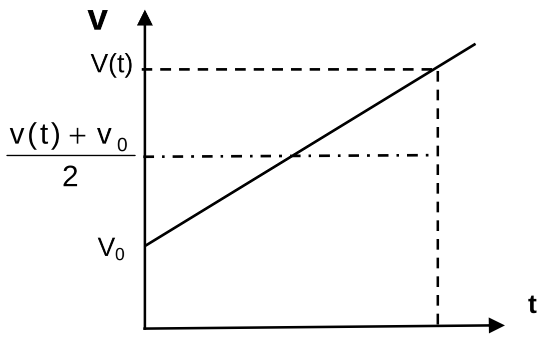
$$\Rightarrow\ a = \frac{v(t) - v_0}{t - t_0} \qquad \Rightarrow \qquad v(t) = a \cdot (t - t_0) + v_0$$ qui est l'**équation horaire de la vitesse**

Si on prend t_0 pour l'instant où le chronomètre est enclenché (t_0 = 0 s) :

$$\Rightarrow \boxed{v(t) = a \cdot t + v_0}$$

Cherchons l'équation horaire de la position x(t) :

Observons la représentation graphique de $v(t) = a \cdot t + v_0$: c'est une droite (a et v_0 sont des constantes, la vitesse augmente régulièrement).



La vitesse moyenne entre 0 et un temps t donné peut être déterminée par la relation :

$$v_{moy}(t) = \frac{v(t) + v_0}{2}$$

On a alors : $$x(t) = v_{moy}(t) \cdot t + x_0 = \frac{v(t) + v_0}{2} \cdot t + x_0$$

En substituant v(t) par son équation horaire

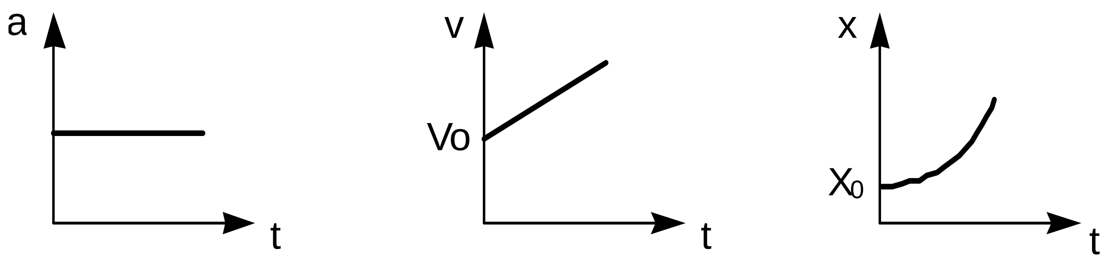
$\Rightarrow v(t) = a \cdot t + v_0$ $\qquad x(t) = \dfrac{a \cdot t + v_0 + v_0}{2} \cdot t + x_0$

On trouve l'équation horaire décrivant la position

d'un mobile dont le mouvement est un MRUA : $\boxed{x(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0}$

En résumé pour un MRUA, le mouvement est décrit par 3 équations horaires (x(t), v(t) et a(t)) :

$$x(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$
$$v(t) = a \cdot t + v_0$$
$$a(t) = a = \text{constante}$$



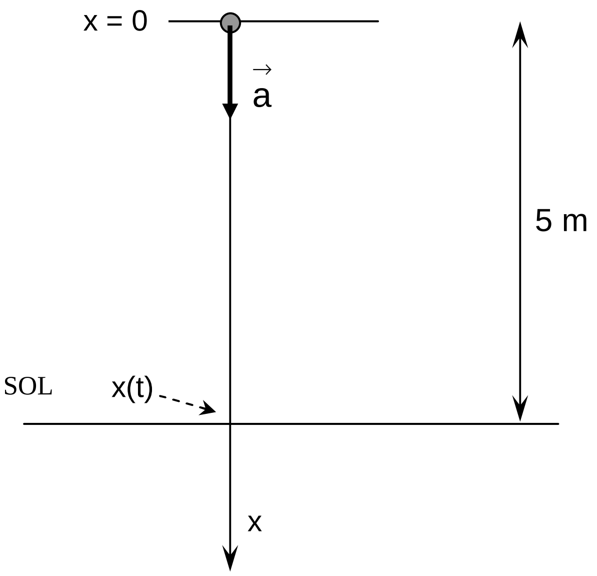
Allure typique des 3 représentations graphiques qui découlent des équations horaires décrivant un MRUA.

Exemple : temps de chute d'un corps qui tombe en chute libre

Un objet est lâché sans vitesse initiale d'une hauteur de 5 m, il tombe alors avec une accélération $a = g_T \approx 10\ m/s^2$. Après combien de temps arrive-t-il au sol ?

Dessinons le référentiel, le mobile et les vecteurs utiles à la résolution du problème.

1ère proposition de résolution



$$x(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

or

$x_0 = 0\ m$ $\qquad$ $v_0 = 0\ {}^{m}\!/\!_{s}$

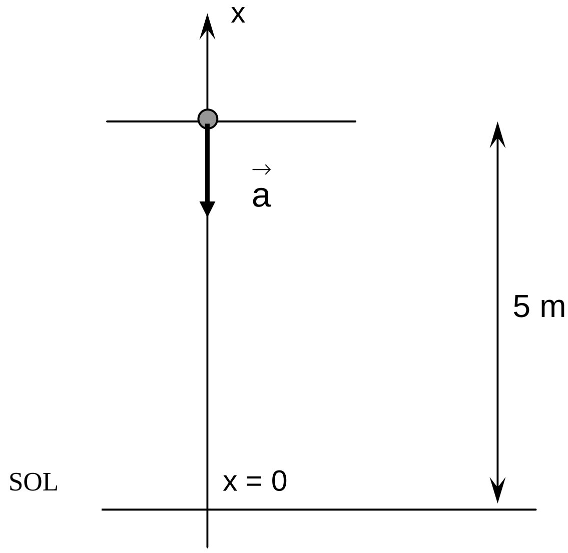
$a = +10\ {}^{m}\!/\!_{s^2}$ $\qquad$ $x(t) = 5\ m$ *lorsque l'objet touche le sol*

A l'instant où l'objet touche le sol :

$$\Rightarrow \qquad x(t) = 5\ m = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$\Rightarrow \qquad t = \sqrt{2 \cdot \frac{x(t)}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5m}{10\frac{m}{s^2}}} = 1\ s$$

2ème proposition de résolution



$$x(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

or

$x_0 = ...\ m$ $\qquad$ $v_0 = ...\ {}^{m}\!/\!_{s}$

$a = ...\ {}^{m}\!/\!_{s^2}$ $\qquad$ $x(t) = ...\ m$ *lorsque l'objet touche le sol*

A l'instant où l'objet touche le sol :

$$\Rightarrow \qquad x(t) = ... = ...$$

$$\Rightarrow \qquad t = ... = ... = 1\ s$$

Quelque soit la méthode utilisée le résultat obtenu doit être le même !

Chapitre 2 La dynamique

2.1 Introduction

La **dynamique** étudie la relation entre les forces et leurs effets sur les corps solides (déformation, mouvement, etc...). Les principales grandeurs en jeu seront donc : les forces (causes du mouvement) et les caractéristiques du mouvement (position, vitesse, accélération du mobile).

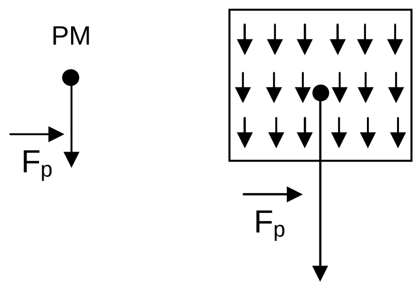
2.2 Les forces (rappel)

Une force $\vec{F}$ est une grandeur vectorielle caractérisée, elle a donc :

- une intensité ;
- une direction (droite d'action) ;
- un sens ;
- un point d'application de la force.

L'intensité d'une force se mesure en Newton (symbole : N) dans le SI d'unités.

Le point d'application représente le point où la force agit. Dans le cas où le mobile est considéré comme un point matériel (PM), le point d'application de la force est évidemment le point matériel lui-même.
La force de pesanteur pour un corps avec une certaine extension est la résultante des forces F_p de chaque « petite » partie du corps. Cette force totale est appliquée au centre de masse (appelé aussi barycentre) du corps.



La force de pesanteur d'un objet (communément appelée « poids ») agit vers le centre de gravité de la Terre, elle est due à l'interaction de gravitation entre la masse de la Terre et la masse de l'objet situé à sa surface.

A la surface de la Terre un objet de masse m subit une force :

$$F_p = F_{Terre/corps} = G \cdot \frac{m_{corps} \cdot m_{Terre}}{R_{Terre}^2}$$

Pour n'importe quel corps situé à la surface de la Terre, les facteurs G, m_{Terre}, et R_{Terre} restent identiques. Le calcul peut alors être simplifié en regroupant ces facteurs. On appelle g ce coefficient :

$$g_T = \frac{G \cdot m_{Terre}}{R_{Terre}^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}[N \cdot m^2/kg^2] \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}\ [kg]}{\left(6{,}37 \cdot 10^6 [m]\right)^2} = \mathbf{9{,}81\ [N/kg]}$$

Ainsi, on obtient la relation :

$$\boxed{\mathbf{F_p = m_{corps} \cdot g_T}}$$ avec F_p en [N], m_{corps} en [kg] et g en [N/kg].

Ex : Un corps de masse m = 1 kg subit une force de pesanteur F_p = 9,81 N ≈ 10 N à la surface de la Terre.

2.3 1ère loi de Newton ou « principe d'inertie »

Quel est le rapport entre la force et le mouvement ?

Pendant longtemps les hommes ont cru que tout corps en mouvement devait – si on l'abandonnait – tendre irrémédiablement et tout naturellement vers l'état de repos.

Ainsi :

Aristote (384 à 322 av. J.-C.) a bien observé le mouvement circulaire et perpétuel des astres au-delà de la Lune, mais il pensait que ces astres étaient maintenus en mouvement par des forces surnaturelles (Dieu). L'univers est resté ensuite longtemps séparé en 2 parties : le ciel et la Terre. Pour Képler (1571 – 1630) des anges poussaient les planètes …

Pour un homme du 16ème siècle :

- un chariot poussé sur un plan horizontal devait inévitablement ralentir puis s'immobiliser ;
- une balle lâchée rebondir de moins en moins sur le sol pour s'immobiliser ;
- une balançoire devait osciller de moins en moins et pour finir s'immobiliser.

Mais Galilée (1564 – 1642) effectua des expériences qui invalidaient la théorie reconnue à cette époque et qui prouvèrent que :

- une certaine force est requise pour pousser un objet sur une surface rugueuse et le maintenir à une vitesse constante ;
- cette force est plus faible si la surface est lisse ;
- cette force devient presque nulle si un lubrifiant (de l'huile) sépare la surface lisse de l'objet.

Il est alors facile d'imaginer une situation parfaite (sans frottement) où l'objet conserverait une vitesse constante sans qu'aucune force ne soit appliquée sur l'objet.

Isaac Newton (1643 – 1727) s'est servi des déductions de Galilée pour établir sa célèbre théorie du mouvement qui se résume en trois lois.

1ère loi de Newton ou PRINCIPE D'INERTIE

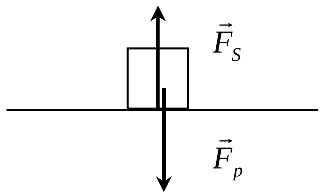
Enoncé original : « Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins qu'une force n'agisse sur lui et ne le contraigne à changer d'état. »

Ainsi par exemple, un vaisseau spatial, loin de toute planète et ne subissant aucune interaction extérieure, se déplacera à vitesse constante si son système de propulsion est arrêté. Il ne pourra modifier sa vitesse qu'en faisant fonctionner son système de propulsion.

La situation d'un corps ne subissant aucune interaction extérieure est cependant « idéalisée » et n'est pas observable à la surface de Terre.

Mais on peut trouver des corps soumis à plusieurs forces dont la résultante de ces forces est nulle. Ainsi un objet posé sur une table est soumis à deux forces, la force de pesanteur $\vec{F}_p$ et la force de soutien de la table $\vec{F}_s$, ces 2 forces ont la même intensité et la même direction mais sont de sens opposés. La force résultante $\vec{F}_R$ est donc nulle et l'objet, qui est immobile, reste dans cet état.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_p + \vec{F}_s = 0$$



On peut alors généraliser la 1ère loi de Newton :

1ère loi de Newton ou PRINCIPE D'INERTIE

Reformulation: « Si la résultante des forces extérieures agissant sur un corps est nulle, un corps au repos restera au repos et un corps animé d'une certaine vitesse conservera cette vitesse constante (en norme, direction et sens) ».

2.4 2ème loi de Newton ou « Loi fondamentale de la dynamique »

La 1ère loi de Newton stipule que « si la résultante des forces extérieures agissant sur un corps est nulle alors ce corps se déplace à vitesse constante (ou reste au repos s'il était au repos) ».
Ceci implique que, si la force résultante n'est pas nulle, sa vitesse varie !

Modifier le mouvement d'un corps revient à modifier sa vitesse soit en intensité, soit en direction, soit les deux. Dans ce cours nous n'étudierons que des cas où la résultante des forces est dans la même direction (mais pas forcément le même sens) que la vitesse initiale du corps : ce qui impliquera uniquement des changements de l'intensité de la vitesse.

Lorsque qu'une force résultante $\vec{F}_R$ agit sur un objet de masse m, elle produit une accélération $\vec{a}$.

La force résultante $\vec{F}_R$ est la somme vectorielle de toutes les forces extérieures qui agissent sur le corps ($\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ...$), elle produit le même effet que toutes les forces exercées sur le corps.

2ème loi de Newton ou Loi fondamentale de la dynamique.

La force résultante $\vec{F}_R$ **(cause)** sur un corps de masse m produit une accélération $\vec{a}$ **(effet)** telle que :

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a} \qquad [N] = [kg] \cdot [m/s^2]$$

Pour une masse donnée, l'accélération produite est directement proportionnelle à la force (si je tire 2 fois plus fort sur la masse m, je produirai une accélération deux fois plus importante)

Pour une force donnée, l'accélération est inversement proportionnelle à la masse (si la masse est 2 fois plus lourde l'accélération est 2 fois plus petite).

L'accélération et la force ont toujours la même direction et le même sens, car la masse est une grandeur positive.

Exemples

1. *Une boule de masse m = 0,1 kg est lancée à une vitesse v_1 = 3,0 m/s sur une pente ascendante. On enclenche le chronomètre au moment du lancement (t_1 = 0 s). Au temps t_2 = 4,0 s la boule a une vitesse v_2 = 1,0 m/s. Calculer la force moyenne qui agit sur la boule.*

$$a_{moy} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(1-3)\,m/s}{(4-0)\,s} = -0{,}5\,m/s^2$$

$$F_{moy} = F_R = m \cdot a_{moy} = 0{,}1\ kg \cdot \left(-0{,}5\,m/s^2\right) = -0{,}05N$$

Implicitement la vitesse a été choisie dans le sens positif, le signe négatif obtenu dans le résultat signifie donc physiquement que la force s'exerce dans le sens opposé et que donc la boule ralentit.

2. *Une boule de masse m = 0,2 kg est posée sur un ressort comprimé. Elle subit deux forces :*

- la force d'éjection du ressort F_e = 5,0 N (force verticale, dirigée vers le haut)
- la force de pesanteur F_P (force verticale, dirigée vers le bas).

Calculer l'accélération que subira la boule. On prendra l'intensité de pesanteur : g = 10 N/kg

En définissant le sens positif du référentiel vers le haut, F_P sera négative.

$$F_p = m \cdot g = 0{,}2\ kg \cdot (-10\,N/kg) = -2N$$

La force résultante qui agit sur la boule est :

$$\vec{F}_R = \vec{F}_e + \vec{F}_p \Rightarrow F_R = F_e - F_p = (5{,}0 - 2{,}0)N = 3{,}0N$$

La 2ème loi de Newton nous permet de calculer l'accélération :

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F_R}{m} = \frac{3{,}0}{0{,}2} = 15\frac{m}{s^2}$$

L'accélération est positive car la force résultante est positive (dirigée vers le haut). La force élastique du ressort est en effet plus intense que la force de pesanteur. La boule part donc vers le haut.

Le concept d'inertie

La formule de l'exemple précédent $a = \frac{F_R}{m}$ montre clairement que, pour une force résultante donnée, l'accélération d'un corps est inversement proportionnelle à sa masse.

La masse exprime donc l'inertie du corps : plus la masse est grande, plus il est difficile d'en modifier la vitesse. Par exemple, si on considère des corps très massifs (un navire, un train), des forces très intenses sont nécessaires pour accélérer ou décélérer (freiner) ces corps en un temps court.

On dit aussi que l'inertie exprime la tendance d'un corps à conserver son état initial (de mouvement ou de repos).

***Exemples* :**

1. *En retirant brusquement la feuille de papier sur laquelle repose un verre, on parvient à retirer la feuille sans pratiquement bouger le verre (le corps tend à conserver son état de repos).*
2. *Lorsque vous êtes debout dans un bus qui freine brusquement, vous êtes projeté vers l'avant du bus à cause de votre inertie (vous tendez à conserver votre vitesse initiale).*

L'inertie d'un corps dépend de la quantité de matière constituant le corps : plus la masse est grande, plus il est difficile de modifier son état du mouvement.

3. *Il est ainsi plus difficile d'aborder un virage avec un camion qu'avec une petite voiture.*

2.5 3ème loi de Newton ou principe d'action – réaction

Rappel sur les interactions

Lorsqu'un corps de masse m_1 exerce une force $\vec{F}_{m_1/m_2}$ sur un corps de masse m_2, le corps de masse m_2 exerce à son tour une force $\vec{F}_{m_2/m_1}$, égale et opposée à $\vec{F}_{m_1/m_2}$, sur le corps de masse m_1.

Attention : ces 2 forces (action et réaction) n'agissent pas sur le même corps, elles ne peuvent donc pas s'annuler mutuellement.

Exemples

- Ainsi quand la main tire sur une ficelle attachée au mur, la ficelle exerce à son tour une force dans le sens opposé : $\vec{F}_{main/ficelle} = -\vec{F}_{ficelle/main}$

- Un objet posé sur une table exerce sur la table une action égale à sa force de pesanteur : force de pesanteur = $\vec{F}_p = \vec{F}_{Terre/objet} = \vec{F}_{objet/table}$ *et donc selon le principe d'action-réaction, l'action de la table sur l'objet (force de soutien* $\vec{F}_s$*) est opposée à l'action de l'objet sur la table :* $\vec{F}_s = \vec{F}_{table/objet} = -\vec{F}_{objet/table}$ *(la résultante des forces sur l'objet est nulle et l'objet reste immobile.*

Ces vecteurs forces, action et réaction, ont alors :

- une même intensité
- une même direction
- un sens contraire
- des points d'applications différents

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

et

$$F_{A/B} = F_{B/A}$$

3ème loi de Newton ou loi d'action-réaction

Tout corps A exerçant une force $\vec{F}_{A/B}$ sur un corps B subit une force $\vec{F}_{B/A}$ exercée par le corps B d'intensité égale et de même direction mais de sens opposé.

A et B étant deux corps en interaction, la force $\vec{F}_{A/B}$ et la force $\vec{F}_{B/A}$ l'interaction sont opposées :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

Le nom de cette loi « principe d'action-réaction » entraîne des confusions. Cette formulation véhicule l'idée qu'il y a toujours une force qui est la « cause » (l'action), l'autre n'étant qu'une sorte de conséquence (la réaction).

Un nom plus approprié serait donc : **principe des actions réciproques**.

<u>*Exemples*</u>

a) Le Soleil attire la Terre et la Terre attire le Soleil avec des forces de même intensité.

b) Le moteur d'un avion à réaction

Dans un réacteur d'avion les gaz de combustion subissent une force d'intensité $\vec{F}_{\text{gaz}} = \vec{F}_{\text{avion / molécules d'air}}$ *et sont éjectés vers l'arrière : c'est l'action. Par réaction, les molécules exercent sur l'avion une force de propulsion* $\vec{F}_{\text{propulsion}} = \vec{F}_{\text{molécules d'air / avion}}$ *et l'avion se déplace sous l'effet de cette force vers l'avant.*

$$\vec{F}_{\text{gaz}} = -\vec{F}_{\text{propulsion}}$$

c) La balle d'un fusil est propulsée vers l'avant avec une force opposée à la force qui pousse le fusil vers l'arrière (le fusil recule à une vitesse beaucoup plus petite que la vitesse de la balle, car sa masse est beaucoup plus grande que celle de la balle).

d) une personne qui pousse un chariot vers l'avant est elle-même repoussée par le chariot vers l'arrière. S'il n'y avait pas des forces de frottement du sol sous ses pieds, la personne glisserait vers l'arrière. La preuve : essayez de pousser une voiture en hiver si sous vos pieds vous avez une plaque de glace !

Série 1 – VITESSE

1) Un cycliste escalade un col. Il part à 8h50 et arrive à 11h02. A l'arrivée au sommet, le compteur de son vélo indique qu'il a parcouru une distance de 79,2 km.

Calculer sa vitesse moyenne (scalaire) en [km/h] et en [m/s]. ***Rép : 36 km/h = 10 m/s***

2) Calculer la vitesse de la Terre sur son orbite autour du Soleil. ***Rép :*** $\boldsymbol{3 \cdot 10^{4}}$ ***m/s***

3) La lumière met 8 minutes et 20 secondes pour nous parvenir du Soleil. ***Rép :*** $\boldsymbol{1{,}5 \cdot 10^{11} m}$

Calculer la distance Terre-Soleil.

4) Un cycliste effectue un trajet de 30 km de la manière suivante : ***Rép :*** $\boldsymbol{6{,}25\ m/s = 22{,}5\ km/h}$

- Il roule 10 minutes.
- Il s'arrête 20 minutes.
- Il parcourt le reste du trajet, soit 18 km, à la vitesse moyenne de 6 m/s.

Calculer la vitesse moyenne du cycliste sur tout le trajet en [m/s] et en [km/h].

5) Un train effectue un trajet de 100 km. Les 20 premiers kilomètres, sa vitesse moyenne est de 120 km/h et le reste du parcours, sa vitesse moyenne est de 160 km/h. ***Rép :*** $\boldsymbol{150\ km/h}$

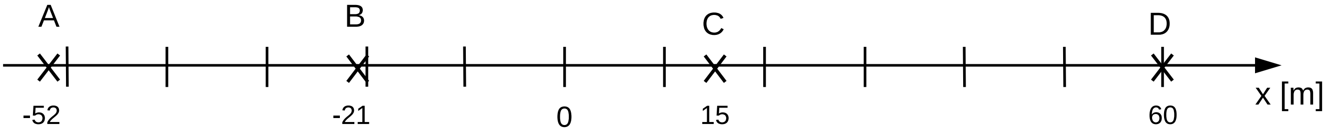
Calculer sa vitesse moyenne sur le trajet total.

6) Une voiture effectue un trajet de 25 km en ville à la vitesse moyenne de 50 km/h, puis un trajet de 25 km sur l'autoroute à la vitesse moyenne de 100 km/h. ***Rép :*** $\boldsymbol{66{,}7\ km/h}$

Calculer sa vitesse moyenne sur le trajet total.

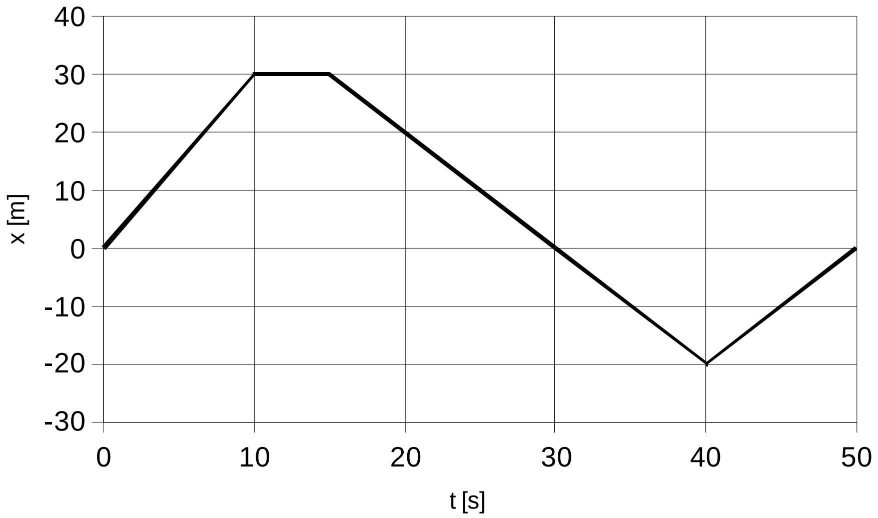
7) On désire étudier le mouvement de 4 mobiles. Pour chaque mobile, on a repéré les positions occupées aux temps $t_1 = 5$ s et $t_2 = 26$ s : ***Rép :*** $\boldsymbol{2{,}14\ m/s;\ 1{,}71 m/s;\ -3{,}2 m/s;\ -1{,}48 m/s}$

mobile 1 : position C à t_1 et position D à t_2
mobile 2 : position B à t_1 et position C à t_2
mobile 3 : position C à t_1 et position A à t_2
mobile 4 : position B à t_1 et position A à t_2



Pour chaque mobile, calculer le déplacement et la vitesse moyenne en tenant compte de l'orientation.

8) Voici le graphique de la position d'un mobile en fonction du temps.



Calculer la vitesse moyenne de ce mobile en tenant compte de l'orientation pendant les intervalles de temps suivants : ***Rép : 3 m / s; 1m / s; 0 m/s; -0,5 m/s; -0,67 m/s***

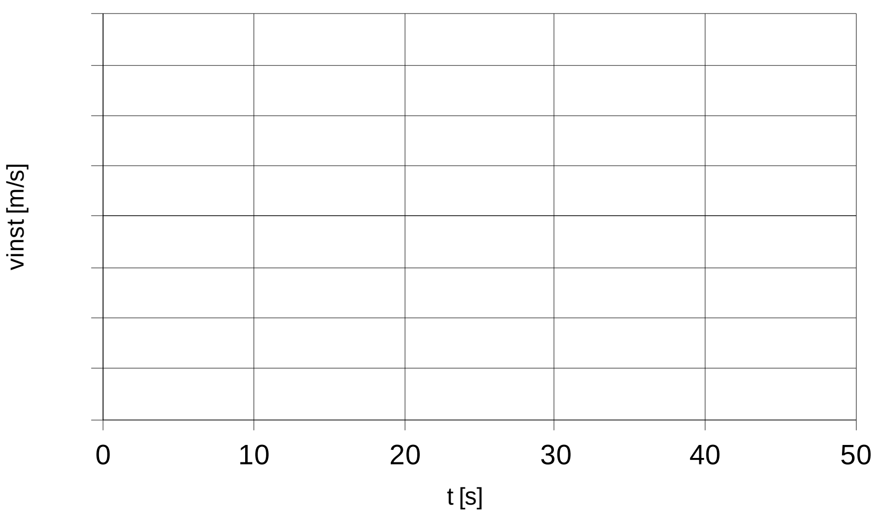
a) de 0 s à 10 s b) de 0 s à 20 s c) de 0 s à 30 s

d) de 0 s à 40 s e) de 20 s à 50 s

9) Pour le mobile de l'exercice 3, calculer la vitesse instantanée aux temps suivants :

a) à t = 5 s b) à t = 12,5 s c) à t = 30 s d) à t = 45 s

A quoi correspondent les vitesses instantanées sur le graphique ?
Dessiner le graphe de la vitesse instantanée en fonction du temps :



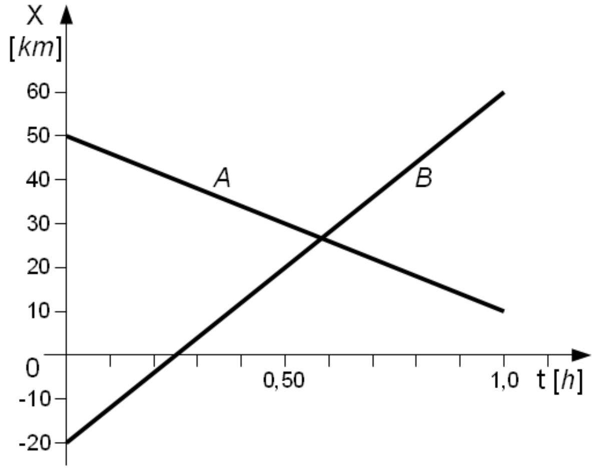
Série 2 – MRU

1) Deux trains circulent entre deux villes sur des voies en ligne droite. Les positions en fonction du temps de chacun des mobiles (notés A et B) sont représentées sur le graphique ci-dessous.

a) Déterminer la position initiale et la vitesse du train A et du train B, ne pas oublier de noter les unités de vos résultats ;

b) Représenter sur un référentiel la position des deux trains à l'instant initial. Indiquer :

- l'origine du référentiel ;
- le sens positif (axe fléché) ;
- les positions des deux trains ;
- les vecteurs vitesse ;



2) Jean et Luc sont dans un village dont le bistrot est à 500m de la gare. Jean part du bistrot et marche à une vitesse de 2 m/s vers la gare. Lorsque Jean a parcouru 100 m, Luc passe à vélo devant la gare et roule sur la route rectiligne du village à une vitesse de 8m/s vers Jean. Représenter cette situation sur un référentiel à **l'instant où Luc passe devant la gare**

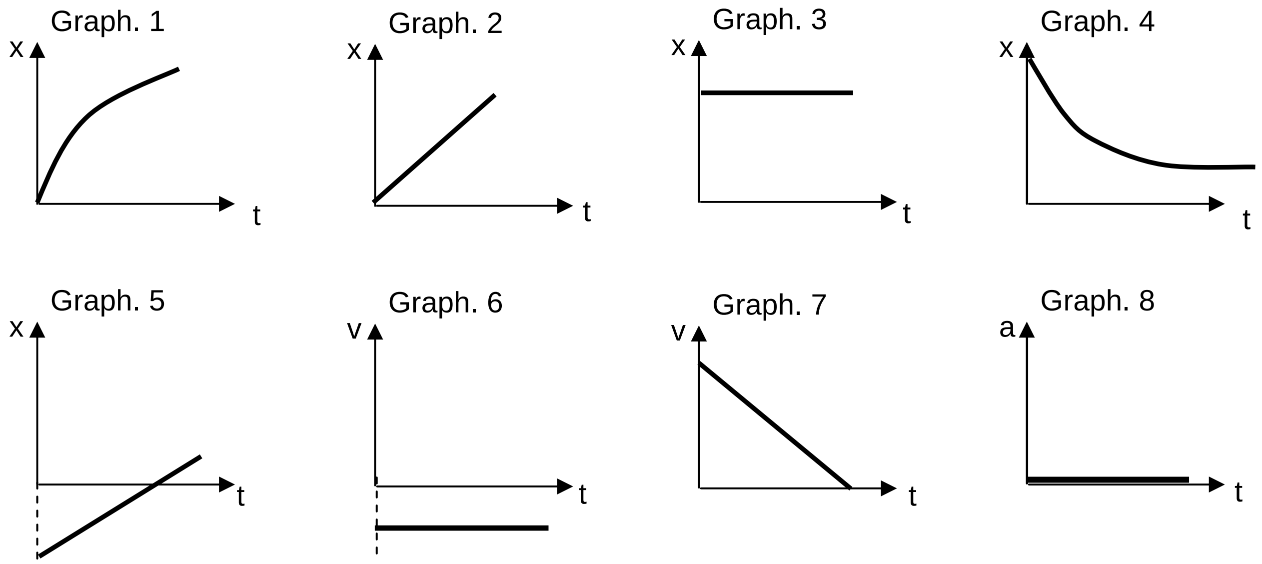
1) **en prenant comme origine la gare**
2) **en prenant comme origine le bistrot**

Indiquer clairement dans chaque cas :

- l'origine du référentiel et le sens positif (axe fléché) ;
- les positions de Jean, de Luc, de la gare et du bistrot et les vecteurs « vitesses » de Jean et Luc.

3) Voici 8 graphiques décrivant le mouvement de mobiles.

Décris en une phrase le mouvement de chaque mobile : vitesse constante ou nulle, vitesse positive ou négative, le mobile va de plus en plus vite ou de moins en moins vite, position initiale.



4) Un mobile se trouve à l'instant t = 0 s à la position x_0 = 30 m dans le référentiel considéré. Sa vitesse constante est v = - 2 m/s ***Rép : 15 s***

a) Ecrire l'équation horaire du mouvement du mobile.

b) A quel instant le mobile passera-t-il par l'origine du référentiel ?

c) Tracer les graphiques a(t); v(t) et x(t) pour ce mouvement.

5) Deux trains, se trouvant à 50 km l'un de l'autre, roulent l'un vers l'autre à une vitesse de 80 km/h pour l'un et 60 km/h pour l'autre.

Chercher les réponses aux questions suivantes par une **méthode graphique <u>et</u> par la méthode analytique** (= algébrique).

a) Après combien de temps se rencontreront-ils ?

b) Quelle distance aura parcouru à ce moment là le train qui roule à 80 Km/h ?

Rép : a) 21 min 25 s = 0,36 h b) 28,56 km

6) Deux-trains partent du même lieu à 20 minutes d'intervalle.

Le premier roule avec une vitesse constante de 100 km/h, le second avec une vitesse de 115 Km/h.

Chercher les réponses aux questions suivantes par une méthode graphique <u>et</u> par la méthode analytique (= algébrique).

a) Combien de temps après son départ le second train rattrapera-t-il le premier train?

b) Quelle distance aura-t-il parcouru?

Rép : a) 2,23 h b) 256 km

7) Deux motocyclistes sont distants de 150 [m], ils roulent l'un vers l'autre à des vitesses constantes respectives de 11 [m/s] pour le motocycliste C_1 (qui part de l'origine) et 27 [m/s] pour le motocycliste $C_{2.}$

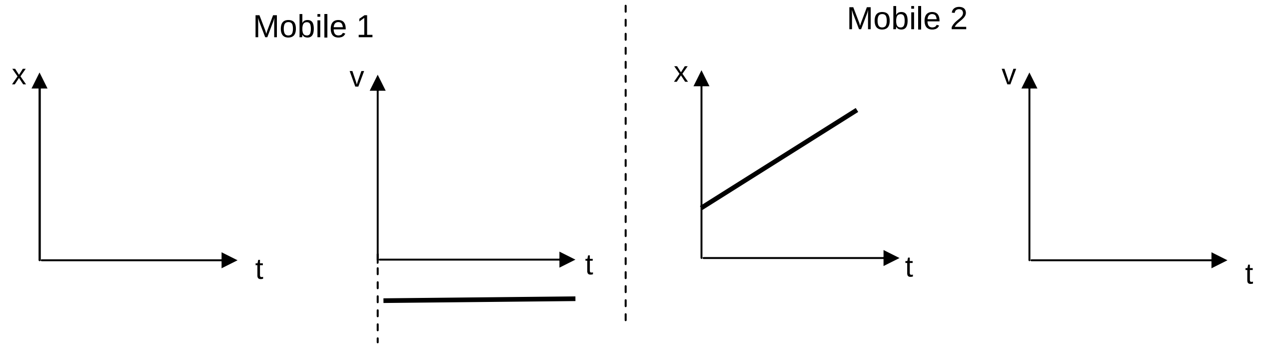
a) A quel moment et en quel endroit les deux motocyclistes se croiseront-ils?

b) Deux secondes après le premier départ un autre motocycliste part du même endroit que C_1 dans la même direction. A partir de quelle vitesse ce motocycliste est-il assuré de dépasser C_1 avant de croiser C_2 ?

Rép : t = 3,94 s et à 43,42 m ; v > 22,4 m/s

8) Le mouvement d'un mobile peut être décrit par les représentations x(t) et v(t) de la position et de la vitesse en fonction du temps: x(t) et v(t)

Compléter les graphiques pour que le mouvement des mobiles 1 et 2 soit un MRU (plusieurs réponses possibles).



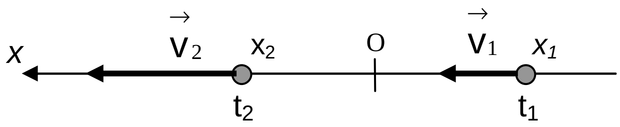
Série 3 – MRUA

1) Un véhicule augmente sa vitesse de 18 km/h à 54 km/h en 5 s.
Calculer son accélération moyenne en m/s^2. **Rép : 2 m/s^2**

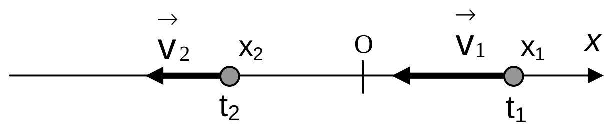
2) Pour connaître le signe de l'accélération il faut connaître l'orientation du vecteur $\Delta\vec{V}$ par rapport à l'orientation de l'axe x.

Dans les 4 cas suivants : dessiner le vecteur $-\vec{V}_1$ (et non pas $\vec{V}_1$) sur x_2, en déduire la longueur du vecteur $\Delta\vec{V}$ et le signe de l'accélération en tenant compte de l'orientation de l'axe x.

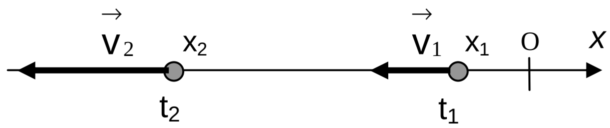
Cas 1



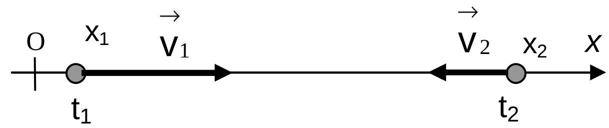
Cas 2



Cas 3



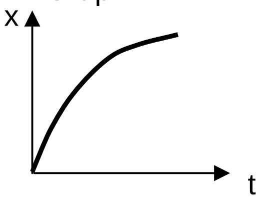
Cas 4 (Ce mobile change de direction entre t_1 et t_2 !)



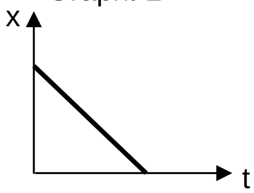
3) Voici 8 graphiques de x(t), v(t) et a(t) décrivant le mouvement de mobiles.

Décris en une phrase le mouvement de chaque mobile : accélération augmente, diminue, constante ou nulle, accélération positive ou négative, le mobile va de plus en plus vite ou de moins en moins vite.

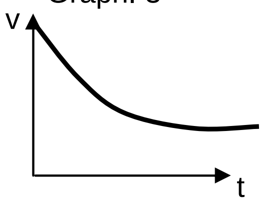
Graph. 1



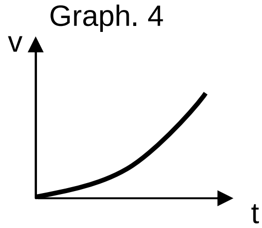
Graph. 2



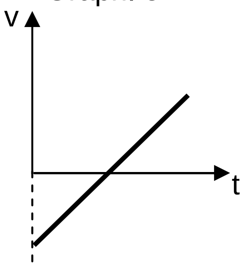
Graph. 3



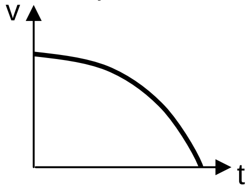
Graph. 4



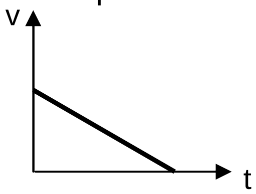
Graph. 5



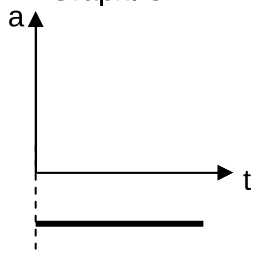
Graph. 6



Graph. 7



Graph. 8



4) Un camion, initialement au repos, subit une accélération constante de 5 m/s^2.
Calculer sa vitesse et la distance parcourue au bout de 4 s. **Rép : 20 m/s ; 40 m**

5) Un mobile démarre avec une vitesse de 8 m/s.
Il est soumis à une accélération constante et parcourt 640 m en 40 s.

Trouver :

a) La vitesse moyenne pendant ces 40 s

b) la vitesse finale

c) l'augmentation de vitesse pendant les 40 s

d) l'accélération. **Rép : 16 m/s ; 24 m/s ; 16 m/s ; 0,4 m/s^2**

6) On lâche un caillou du haut d'un pont. On compte 2,7 s avant de voir l'impact du caillou dans l'eau qui s'écoule sous le pont. Quelle est la hauteur du pont ? **Rép : 35,8 m**

7) Un cylindre lâché dans le vide sans vitesse initiale parcourt 20 m dans sa dernière seconde de chute.

a) Quelle est la durée de la chute ?

b) Quelle est la vitesse du cylindre au bout de 10 m de chute?

c) Quelle est la vitesse du cylindre lorsqu'il arrive au sol?

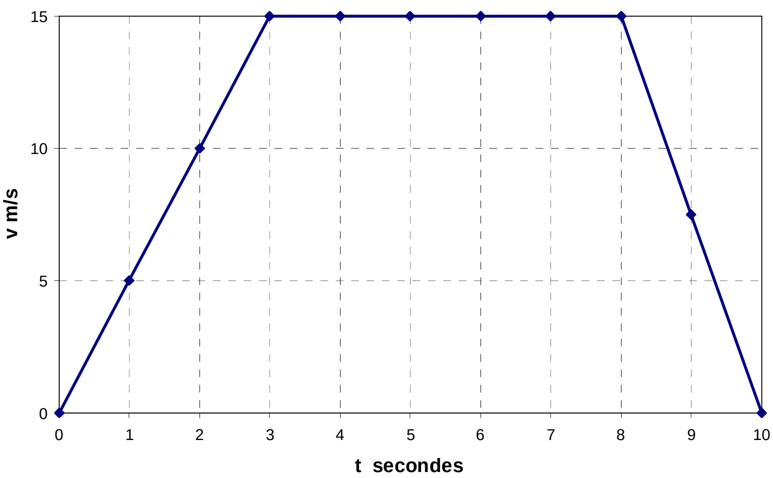
Rép : a) 2,5 s ; v = 14 m/s ; v = 25 m/s

8)

Ce graphique donne la vitesse au cours du temps d'un mobile en mouvement rectiligne. Répondre aux questions suivantes en justifiant vos réponses par un calcul si c'est nécessaire.

a) Quel est le type de mouvement dans chacune des trois zones?

b) Tracer le graphique a(t) : accélération en fonction du temps.



c) Calculer la distance totale parcourue par le mobile en 10 s. (Détailler vos calculs en précisant pour quelle zone vous les faites).

d) Quelle est l'accélération moyenne du mobile pendant ces 10 s ?

e) Quelle est la vitesse moyenne du mobile pour la totalité du parcours?

Rép : c) 112,5 m ; d) 0 m/s^2 ; d) 11,25 m/s

9) D'un point A situé à 5 m au-dessus du sol, on lance verticalement une bille vers le haut avec une vitesse initiale de 4 m/s. Prendre g = 10 m/s^2.

a) A quelle hauteur maximale au-dessus de A la bille monte-t-elle?

b) Quelle est la vitesse de la bille lorsqu'elle repasse en A?

c) Quelle est la durée totale du vol de la bille?

Rép : a) 0,8 m ; b) – 4 m/s c) 1,477 s

10) Sur la même voie se trouvent un wagon lancé à la vitesse de 6 m/s et une locomotive de manœuvre arrêtée. Le wagon se dirige vers la locomotive et cette dernière doit le récupérer en douceur. Pour cela la locomotive doit fuir devant le wagon.

Quelle doit être l'accélération de la locomotive pour que cette liaison en douceur ait lieu (c'est à dire $v_{loco} = v_{wagon}$) si la distance entre la locomotive et le wagon est de 64 m au moment du départ de la locomotive ?

Rép : a) 0,28 m/s^2

11) En quittant une gare, un train atteint la vitesse de 13,4 m/s en 20 s. Après avoir maintenu cette vitesse pendant une minute, il sort de la zone de limitation de vitesse et accélère. Il passe de 13,4 m/s à 31,4 m/s en 50 s. Toutes les accélérations sont supposées constantes.

a) Quelle est l'accélération du train pendant les 20 premières secondes?

b) Quelle est l'accélération du train pendant les 50 dernières secondes?

c) Tracer le diagramme V(t) (Echelle: 10 [s] $\rightarrow$ 1 [cm] et 10 m/s $\rightarrow$ 1 [cm])

d) Quelle est l'accélération moyenne du train pendant tout le trajet?

Rép : a) 0,67 m/s^2 ; b) 0,36 m/s^2 ; d) 0,24 m/s^2

12) Un pot de fleurs tombe d'une hauteur inconnue et passe en 0,1 s devant une fenêtre de 1.5 [m] de hauteur. De quelle hauteur ce pot de fleur est-il tombé à compter depuis le bord supérieur de la fenêtre?

Rép : 10,51 m

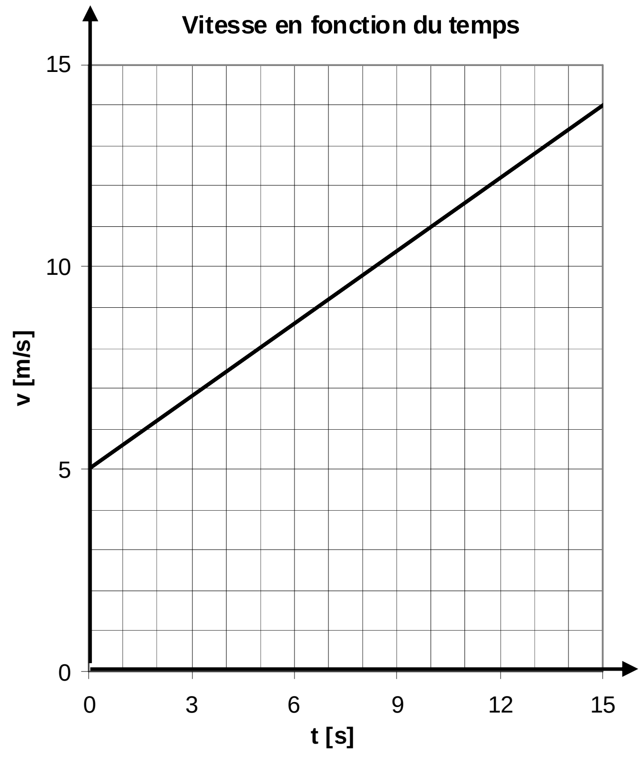
13) Voici 2 graphiques représentant deux mouvements d'un mobile.

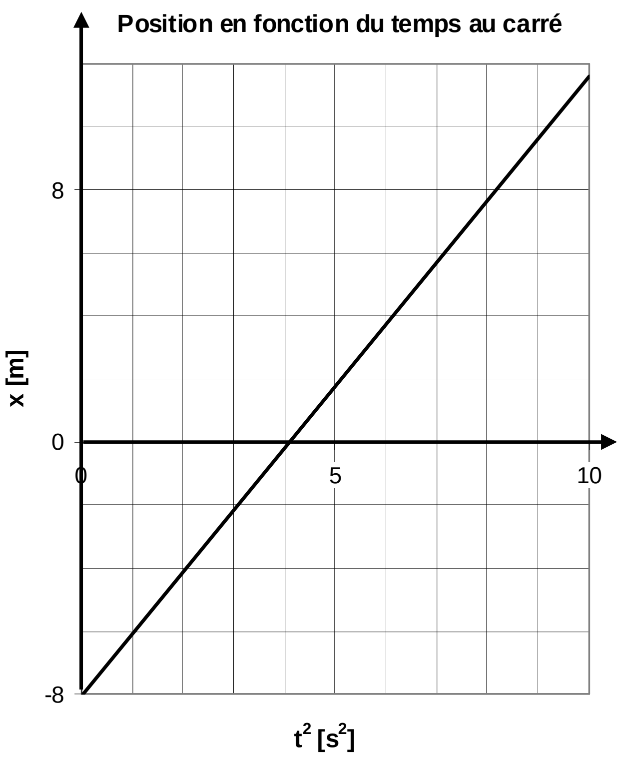
1) a) A l'aide du premier graphique déterminer la vitesse initiale et l'accélération du mobile.

b) En déduire les équations horaires de v(t) et x(t) si x_0 = - 5m.

2) a) A l'aide du deuxième graphique déterminer la position initiale et l'accélération du mobile.

b) En déduire l'équation horaire de x(t) et v(t) si V_0 = 0m/s





Série 4 – DYNAMIQUE

Dans tous les exercices qui suivent on utilisera **g = 9,8 N/kg = 9,8 m/s²** si ce n'est pas spécifié autrement.
Pour certains exercices les tables numériques (CRM) sont nécessaires.
Quand le mobile a une vitesse initiale non nulle, on conseille de choisir le référentiel dans le sens du mouvement initial, de manière que les décélérations et les forces résistantes apparaissent avec le signe négatif.

1) Quelle est la masse d'un corps qui pèse 19,6 N ? **Rép : 2 kg**

2) Un parachutiste de 71,4 kg, après avoir ouvert son parachute, descend à vitesse constante. Nommer et représenter sur un dessin les forces qui agissent sur le parachutiste (avec une échelle 200 N : 1 cm).
Quelle est la force résultante sur le parachutiste et pourquoi ?

3) Une balle de 0,2 kg est posée en équilibre sur une table. Représente sur un dessin les forces qui agissent sur la balle (avec une échelle 1 N : 2 cm). Prendre g = 10 N/kg.

4) Pourquoi les gouttes de pluie tombent-elles avec une vitesse constante ?

5) J'essaye de déplacer une grande boîte en carton pleine de livres, sur un sol rugueux, sans y parvenir. Représenter sur un dessin la (les) force(s) auxquelles est soumise(s) la boîte.

6) Une masse de 2 kg est soumise à l'action d'une force constante de 6 N. Quelle est son accélération ? **Rép : 3 m/s²**

7) Quelle force faut-il exercer pour donner une accélération de 4 m/s² à un corps de masse 6 kg ?
Rép : 24 N

8) On exerce une force constante, pendant 2 s, sur une masse de 5 kg pour réduire sa vitesse de 7 m/s à 2 m/s. Quelle est l'intensité de cette force ? **Rép : -12,5 N**

9) Calculer la masse d'une voiture qui accélère de 0 à 100 km/h en 10,0 s sur une route horizontale, sachant que la force motrice vaut F_m = 3700 N et la force de frottement vaut F_f = 900 N (F_m et F_f sont des forces parallèles au mouvement de la voiture). **Rép : 1,01 t**

10) Un parachutiste de 70 kg tombe en chute libre pendant 5 s avant d'ouvrir le parachute. Celui-ci s'ouvre en 0,8 s et réduit la vitesse à 34 m/s. Calculer l'intensité de la force moyenne totale (considérée verticale) exercée par les cordages du parachute sur le parachutiste pendant ce laps de temps. Négliger le poids du parachute. **Rép : ≈2000 N**

11) Une corde passe par une poulie. On attache à ses extrémités des masses de 4 kg et 12 kg respectivement. Trouver l'accélération et la tension de la corde. **Rép : a) 4,9 m/s² /b) 58,8 N**

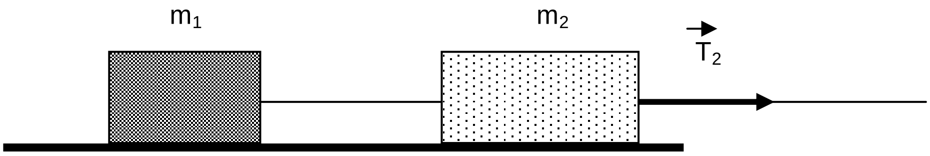
12) A quelle distance de la Terre, un objet positionné entre la Terre et la Lune n'aurait plus de poids ? Répondre algébriquement (par des formules) puis numériquement. Utiliser la relation suivante entre la masse de la Terre M_T et la masse de la Lune M_L : $M_T = 81\ M_L$. **Rép : à 9/10 · d_{T_L} de la Terre**

13) Une corde passe par une poulie. On attache à ses extrémités deux masses : m_1 (inconnue) et m_2=10 kg. On lâche les corps, la poulie commence à tourner. Après 1,0 s les corps ont une vitesse de 2,0 m/s. Quelle est la valeur de la masse m_1 ? Quelle est la tension de la corde ? Montrer la démarche. **Rép : 6,6 kg b) 78 N**

14) Un bloc de masse m_2 est relié par une corde tendue à un bloc de masse m_1. Les masses respectives des deux blocs sont $m_1 = 2$ kg et $m_2 = 4$ kg. On tire alors la masse m_2 au moyen d'une autre corde avec une force $\vec{\mathbf{T}}_2$.

a) Représenter sur un schéma toutes les forces qui agissent sur les blocs (seule $\vec{\mathbf{T}}_2$ est représentée sur le schéma ci-dessous).

b) Déterminer l'intensité des forces de tensions T_1 et T_2, si les blocs se déplacent avec une accélération de 4 m/s^2 ?



Rép : T_1=8 N T_2=24 N

15) On tire au moyen d'une corde un bloc de masse m (inconnue) sur un sol rugueux. La tension de la corde est 100 N. Sachant que l'accélération est 1 m/s^2 et que la force de frottement (horizontale) a une intensité égale à 50% de la force de pesanteur, trouver la masse du bloc. Représenter sur un schéma le bloc et toutes les forces qui agissent sur lui (avec une échelle 20 N → 1 cm) **Rép : 16,9 kg**

16) Une masse de 20 kg est soumise à l'action d'une force de 30 N. Calculer son accélération et le temps qu'il lui faut pour parcourir 75 m, si elle est initialement au repos.

Rép : 1,5 m/s^2 ; 10 s

17) Une voiture de masse 1000 kg roule à 90,0 km/h sur une route horizontale. Trouver la force exercée par les freins (qu'on suppose constante) pour arrêter la voiture sur une distance de 70,0 m (réponse avec 3 chiffres significatifs).

Rép : -4,47 kN

18) Un petit camion de 1500 kg roule à 180 km/h. Quelle est la force nécessaire pour l'arrêter en 5 s ? Quelle est la distance parcourue après avoir appuyé sur les freins ? La force freinante est supposée constante (réponses avec 3 chiffres significatifs).

Rép : -15,0 kN ; 125 m

19) Une masse de 80 kg, suspendue à l'extrémité d'une corde, descend verticalement avec accélération constante. En partant avec une vitesse nulle, elle parcourt 1 m en 5 s. Trouver la tension de la corde (avec 2 chiffres significatifs).

Rép : -0,78 kN

20) On tire horizontalement au moyen d'une corde un bloc de masse m =100 kg initialement au repos sur un sol rugueux. La tension de la corde est constante et égale à 300 N. Sachant que le bloc se déplace de 52 cm en 1 s et que la force de frottement (horizontale) est constante et a une intensité égale à un certain pourcentage de la force de pesanteur. Trouver ce pourcentage (réponse avec 2 chiffres significatifs).

Rép : 20%

21) Une voiture de masse 800 kg roule à 72,0 km/h sur une route horizontale.

Trouver l'expression de la force F exercée par les freins (qu'on suppose constante) pour arrêter la voiture en fonction :

- de la masse m de la voiture ;
- de la vitesse initiale v_0 ;
- de la distance d'arrêt d ;

et en considérant la vitesse finale nulle.

Calculer la force de freinage dans le cas ou la distance d'arrêt est 50,0 m (réponse avec 3 chiffres significatifs).

Rép : $F = - m(v_o)^2 / 2d$; F (d=50 m) = - 3,20 kN